

Розвиток логічного мислення на уроках математики

Мислення є найважливішою функцією мозку людини. Будь-який вид діяльності не може обійтися без нього. Воно лежить в основі успішного засвоєння нових знань, умінь та навичок. Саме тому так важливо формувати та розвивати логічне мислення учнів в процесі навчання.

Логічне мислення формується на основі наочно-образного і є вищою стадією розвитку мислення взагалі. Процес досягнення цієї стадії доволі тривалий і складний. Пояснюється це тим, що повноцінний розвиток логічного мислення вимагає не лише високої розумової активності, але й передбачає наявність у людини певної суми знань про суспільні і суттєві ознаки предметів та явищ навколишнього світу. Дослідження психологів свідчать про те, що лише на чотирнадцятому році життя дитина досягає стадії формально-логічних операцій, після чого її мислення стає більш схожим на мислення дорослої людини.

Розвиток логічного мислення - одне з складових частин підготовки учнів до майбутньої трудової діяльності. Ким би не збирався стати учень, який фах не обрав би, йому потрібно правильно і швидко міркувати, діяти організовано, враховуючи обставини і наявні ресурси. Школа повинна навчити випускника знаходити шлях до вирішення проблем, а це означає - сформувати в учнів вміння самостійно і творчо мислити.

1. Розвиток логічного мислення на уроках математики

На кожному предметному уроці учні вчаться правильно мислити. Але особливо великі можливості щодо цього має шкільний курс математики.

Дійсність у мисленні людей відображається в певних формах; це відображення підлягає відповідним законам. Процес вивчення законів і форм мислення та набуття навичок їх застосування у практичній діяльності відбувається швидко, якщо їх відповідним чином організувати. І тут моє завдання, як вчителя математики, полягає в тому, щоб у процесі викладання курсу математики організувати цілеспрямовану й систематичну роботу, яка б допомогла учням усвідомлювати і застосовувати закони мислення і такі його форми як поняття, судження, умовиводи.

Дуже великий вплив на розвиток логічного мислення учнів має виклад матеріалу вчителем, до якого вони на кожному уроці прислухаються і якого природно наслідують, беручи його за взірєць. Тут основним девізом є вислів: "Почни з себе". Маючи це на увазі, потрібно всіляко домагатися, щоб виклад матеріалу курсу математики відзначався:

- 1) систематичністю й логічною послідовністю;
- 2) науковістю.

Для досягнення потрібної систематичності в побудові викладу розділу або теми курсу слід продумувати і готувати:

- 1) систему викладу всього матеріалу, що належать розділу або темі;
- 2) систему питань, які доведеться задавати при викладі нового матеріалу, при закріпленні й поглибленні;
- 3) систему вправ та задач, які учні виконуватимуть у класі і вдома.

Роботу над розвитком логічного мислення учнів не можна проводити від випадку до випадку. Для цього потрібно раціонально використовувати кожний етап уроку, кожне завдання чи задачу.

Давно вже пора відмовитися від неправильної практики, коли задачу розв'язують тільки для того, щоб дістати правильну відповідь. Задача, навіть на обчислення, повинна стати матеріалом для ознайомлення учнів з поняттям, для розвитку системи міркувань.

1.1. Розв'язуючи задачу

Так починаючи вивчення нової теми, варто починати з доцільно підбраної задачі. Обговорюючи її розв'язування посилаючись на відомі учням знання, необхідно підвести учнів до самостійного висновку, потрібного правила, формули чи теореми. Таке обговорення, у формі бесіди, дає можливість залучити учнів до активної праці, свідомого сприйняття.

При роботі з навчальним текстом слід приділяти велику увагу тому, як діти розуміють прочитаний текст. Для цього від учнів потрібно вимагати, щоб вони своїми словами переказали прочитане, виділили основне і суттєве, самостійно навели приклад — один із критеріїв, що дозволяє судити про те, наскільки учень зрозумів тему.

Загальноприйнято, що задачі є найважливішим засобом формування у школярів системи основних математичних знань, вмінь і навичок, головною формою навчальної діяльності учнів в процесі вивчення математики, одним із основних засобів математичного розвитку. Тому не випадково, що в практиці сучасного вивчення математики на розв'язування задач відводиться більша частина навчального часу. Та добитися результатів в розвитку логічного мислення ніяк не здійснити, розглядаючи тільки стандартні задачі, навіть, якщо перерозв'язувати їх велику кількість. Більшу користь приносить розгляд декількох способів розв'язування однієї задачі, ніж швидке розв'язування трьох чи чотирьох аналогічних задач.

Розв'язування задач — це робота незвичайна, а саме розумова та творча. Тому багато школярів відчувають труднощі при їх розв'язуванні.

Яку роль повинен виконувати вчитель?

При розв'язуванні задачі на початковому етапі вивчення курсу математики, учитель повинен виступати "керуючим думками". Так, починаючи з 5 класу, позитивним є наголошення на те, як розв'язати задачу.

При виробленні такої систематичності, учні в старших класах уже підсвідомо, не помічаючи цього, послідовно ідуть від аналізу умови до розв'язку задачі, проводячи певні послідовні логічні міркування.

Як розв'язати задачу:

I. Ознайомлення з задачею

- Почни з формулювання задачі.
- Уяви собі задачу як одне ціле. Поки що не вдавайся в деталі.

II. Уникнення в суть задачі

- Почни знову з формулювання задачі. Почни тоді, коли задача стала настільки зрозумілою і настільки залишилася в твоїй свідомості, що ти можеш повністю сформулювати її самостійно.
- Розділи задачу на головні елементи. Вивчи головні елементи даної задачі, розглядаючи їх поодиноці, потім послідовно одна за одною, потім в різних комбінаціях, співставляючи кожну деталь з іншою деталлю і з усією задачею в цілому.
- Постарайся зробити схематичний запис, оформити сформульоване і осмислене в умові задачі.

III. Пошук плідної ідеї

- Почни з розгляду головних елементів задачі.
- Розглянь задачу з різних сторін і знайди спільне з твоїм раніше набутими знаннями. Постарайся згадати, що тобі допомагало в подібних випадках.
- Якщо в тебе є ідея, розглянь її, перевір, як далеко ти можеш зайти за її допомогою, і знову розглянь ситуацію, яка склалася.
- Тобі не пощастило знайти цю ідею. Почни з того, що тобі потрібно знайти. Попробуй розв'язати цю задачу, будуючи ланцюг від того, що невідоме до того, що дано, потім повернись назад.

IV. Здійснення плану

- Виконуй у всіх деталях ті чи інші дії, які в попередньому пункті вважалися виконаними. Переконайся у вірності кожного виконаного тобою кроку.

V. Повернення назад

- Зроби перевірку, щоб переконатися чи знайдений правильний розв'язок, чи відповідає він умові задачі.
- Сформулюй відповідь.
- Повернись ще раз до розв'язування задачі, у тебе може появиться простіший спосіб, ідея розв'язування цієї задачі.

Як реалізувати цю схему при розв'язуванні задачі. Розглянемо приклад розв'язування задачі запропонованої в 5 класі.

"У кошику лежали яблука. Спочатку із них взяли половину всіх яблук, а потім третину того, що залишилося. Після цього в кошику залишилося 10 яблук. Скільки яблук було в кошику спочатку?"

Прочитавши перший раз цю задачу, в учнів повинні залишитися в пам'яті основні моменти, а саме:

- дано яблука;
- взято перший раз частину всіх яблук;
- взято другий раз частину з того, що залишилося.

При повторному читанні учні вникають в суть цієї задачі. Перше речення: "У кошику лежали яблука." І поставлене запитання: "Скільки яблук було в кошику спочатку?" дає можливість учням зробити висновок, що кількість їх-є невідомим в задачі. "Спочатку із них взяли половину всіх яблук". Основну думку учнів привертає тут слово "половина". Половина кошика - $\frac{1}{2}$ - половина відрізка. Тут варто використати схематичне зображення умови. Нехай всі яблука це деякий відрізок /мал. 1./ після того, як було взято перший раз яблука, залишилось половина - $\frac{1}{2}$ - /половина відрізка/ "... потім третину того, що залишилося». Третина - $\frac{1}{3}$ від того, що залишилось /другого відрізка/. Залишилося $\frac{2}{3}$, а це 10 яблук /третій відрізок /.

Було



Після проведеного аналізу умови і зробленого схематичного запису, чітко виділилися головні елементи задачі.

Наступний етап складання плану розв'язування. Аналіз умови підводить до ідеї розв'язування цієї задачі з кінця. Маючи кількість яблук, що залишилося, можна знайти третину того, що залишилося першого разу. Далше знайти кількість яблук, що залишилося першого разу. А це половина всіх яблук, отже дві такі половини - це кількість всіх яблук у кошику.

Здійснення цього плану відбувається у виконанні практичних обчислень:

- 1/ $10:2=5$ (яб.) - це $\frac{1}{3}$ першого залишку
- 2/ $10+5=15$ (яб.) - перший залишок, $\frac{1}{2}$ всіх яблук
- 3/ $15 \cdot 2=30$ (яб.) - кількість яблук.

Чи вірна ця відповідь? Тут виникає необхідність перевірки знайденого результату. Якщо було 30 яблук, взяли половину, то залишилося 15 яблук. Із 15 яблук забрали третину, тобто 5 яблук, залишилося 10. Що і було сказано в умові. Задача розв'язана вірно.

Останній етап: запис відповіді.

При розв'язуванні цієї задачі в 6 класі може виникнути і інший спосіб розв'язування - за допомогою рівняння.

При розв'язуванні кожної задачі необхідно навчати школярів порівнювати, узагальнювати, класифікувати, аналізувати, систематизувати, розглядати різні варіанти, складати свої задачі.

1.2. Як навчити дитину порівнювати?

У психологічній літературі *порівнянням* називають особливий спосіб мислення, спрямований на виявлення ознак подібності й відмінності між предметами і явищами. Навчаючись способу порівняння, дитина повинна оволодіти такими вміннями:

1. Виділяти ознаки об'єкта на основі співставлення його з іншими об'єктом.

Щоб дитина могла побачити усе багатоманіття властивостей, вона повинна навчитися аналізувати предмет з різних боків, співставляти цей предмет з другим предметом, який має інші властивості.

2. Визначати спільні і відмінні ознаки порівнюваних об'єктів.

Важливо навчити дитину не лише виділяти головні ознаки і властивості різноманітних предметів, але й визначати, які з них є спільними для порівнюваних предметів, а за якими ці предмети відрізняються один від одного. Для цього спершу слід навчити дитину вміння проводити

порівняльний аналіз виділених властивостей і знаходити у них відмінності. І лише після цього можна переходити до спільних властивостей. При цьому важливо навчити дитину бачити спільні властивості як двох предметів, так і кількох.

3. Відрізнити важливі і неважливі ознаки об'єкта.

Крім спільних і відмінних ознак предмета, потрібно навчити дитину відрізнити суттєві, важливі властивості й ознаки від несуттєвих, другорядних.

Оволодіння вмінням знаходити суттєві ознаки об'єкта є важливою передумовою формування здатності узагальнювати.

Завдання-гра 1.

"Чим схожі і чим відрізняються?"

Ця гра спрямована на розвиток вміння виділяти у порівнюваних об'єктах ознаки подібності і відмінності. Перед учнями ставиться запитання:

"Чим схожі і чим відрізняються?"

1/ *рівносторонній трикутник і рівнобедрений трикутник;*

2/ $f(x)=x^2-2x+3$ і $f(x)=-x^2+2$;

3/ *аксіома і теорема і т. д.*

Називаємо учням одну із пар і просимо визначити, чим схожі і чим відрізняються об'єкти, які входять до неї. Необхідно вказати якнайбільше ознак (чи властивостей) відмінності і подібності.

Завдання-гра 2.

"Навіщо і чому?"

З допомогою цієї гри, побудованої лише на запитаннях і відповідях, ми можемо стимулювати розвиток не лише логічного мислення учня, але й його загальної ерудиції.

Вчитель ставить запитання, а учень повинен на нього логічно відповісти. Запитання можуть бути трьох типів:

- 1) на пропозицію, вгадування, додумування;
- 2) на встановлення причини чи змісту подій, які відбуваються;
- 3) на прийняття рішення і планування своїх дій.

Наприклад:

Запитання першого типу

- *Як на вашу думку, навіщо знаходити об'єм?*
- *...навіщо ми вчимося розв'язувати рівняння?*
- *...навіщо вміти знаходити довжину кола?*

Запитання другого типу:

- *Чому функція $f(x)=\sqrt{x-4}$ не є зростаючою на проміжку $(-2;3)$?*
- *Чому рівняння $x - \frac{1}{x-1} = 1 - \frac{1}{x-1}$ і рівняння $x-1=0$ не є рівносильними?*
- *Чому рівняння $2^x=-8$ не має розв'язку?*

Запитання третього типу:

- *Олег купив 10 цукерок, якими слід поділитися з сестричкою, мамою та татком. Як це зробити? Як зробити це найкраще?*
- *Як дістати різницю чисел 248 і 121. Як зробити це найкраще?*
- *Ми хочемо обчислити об'єм піраміди. Перелічи усе, що ми повинні для цього зробити.*

1.3. Навчання способів "узагальнення" і "класифікації"

Класифікація - це вміння подумки поділяти предмети на класи за їх найбільш суттєвими ознаками.

Для проведення класифікації необхідно вміти аналізувати матеріал, співставляти один з одним окремі його елементи, знаходити в них спільні ознаки, здійснювати на основі цього узагальнення, розподіляти предмети на групи на основі виділених в них і відображених у слові - назві групи - спільних ознак.

Узагальнення - це здатність подумки об'єднувати предмети і явища за їх спільними і суттєвими ознаками.

Проведення класифікації передбачає використання таких способів мислення як порівняння і узагальнення.

Класифікація передбачає проведення розподілу об'єктів за класами. Проте такий розподіл має відносний характер, оскільки багато об'єктів, завдяки своїй складності, не можуть бути зараховані лише до якогось одного класу. Все залежить від того, на основі чого проводиться класифікація. Основою для класифікації є ознака, за якою певна велика кількість предметів поділяється на класи. Одні і ті ж предмети можна класифікувати по-різному, залежно від того, яка ознака покладена в основу класифікації.

Завдання на класифікацію.

1. Дано ряд рівнянь. Вибрати з них ірраціональні, дробово-раціональні, показникові; ті, які зводяться до квадратних; ті, які мають безліч розв'язків, які не мають розв'язків і т.д.
2. Вибрати з поданих функцій зростаючі, спадні, область визначення яких всі дійсні числа, парні і т.д.

Завдання на узагальнення

Називаємо три-чотири слова, які стосуються однієї групи, учні повинні назвати їх одним узагальнюючим поняттям (або поняттям, до якого відносяться дані слова).

Наприклад:

1. трикутник, чотирикутник, ромб, шестикутник (многокутники)
2. радіус, центр, об'єм, діаметр (в кулі)
3. циліндр, конус, зрізаний конус, куля (тіла обертання)
4. вершина, висота, сторона, медіана (в трикутнику).

Або гра "Знайди зайве"

Дітям пропонується ряд понять, які мають спільну ознаку, що дозволяє об'єднати їх в одну групу і одне, яке відрізняється від решти. Воно і є зайвим. Учні пропонується знайти зайве і пояснити свій вибір. Вирішення можна вважати вірним тоді, коли буде правильно названа узагальнюючим словом більшість понять і вказана ознака, за якою зайве поняття відрізняється від решти.

Наприклад:

1. 15; 12,5; 6; 0; -5.
2. коло, круг, куля, дуга, сектор.
3. $y=2^x$, $y=0,5^x$, $y=\log_9 x$, $y=2x+6$, $y=x^3$.

1.4. Навчання способу систематизації"

Систематизувати-означає приводити до системи, розміщувати об'єкти за певним порядком, встановлювати певну послідовність. Серіація - це впорядкування об'єктів за ступенем інтенсивності одної чи декількох ознак. Кожен елемент включений в серіаційний ряд, перебуває в певних відношеннях із сусідніми елементами: вираженість в ньому ознаки, яка варіюється, одночасно більша, ніж в одному з них, і менша, ніж в другому.

Потрібно постійно розвивати в учнів такі вміння, необхідні для здійснення систематизації:

1. Знаходити закономірність розміщення об'єктів, впорядкованих за одною ознакою і розташованих в одному ряді.

Це вміння добре розвивається під час виконання завдань, в яких до вже впорядкованих об'єктів слід додати ще один, але такий, який би не порушив закономірність їх розміщення. Виконати завдання можна лише в тому випадку, коли вдасться знайти цю закономірність. А щоб знайти її, дитина повинна уважно проаналізувати кожний об'єкт, включений в ряд, і знайти принцип чи ознаку, за яким наступний об'єкт відрізняється від попереднього.

Наприклад:

Продовжити ряд

- a) 1,2,4,8,...
- б) 100111000011111...
- в) $2a$, $4a^2$, $16a^3$, ...

2. Впорядковувати об'єкти, розміщені в ряді за принципом випадковості.

Для розвитку цього вміння об'єкти пропонуються у невпорядкованому вигляді. Є два типи таких завдань. Перший передбачає розвиток вміння самостійно знаходити наочно представлену ознаку, за якою слід впорядкувати об'єкти. Тут важливо, щоб учні навчилися на основі аналізу об'єктів знаходити найбільш суттєву ознаку, властиву кожному з них, але яка змінюється від об'єкта до об'єкта.

Завдання

1. Денис, Іван і Антон розводять акваріумних рибок. У Дениса рибок менше, ніж у Івана, а у Антона рибок менше, ніж у Дениса. У кого рибок найменше?
2. На березі сидить Марічка, її мама, бабуся та лялька. Бабуся сидить поруч з внучкою, але не біля ляльки. А лялька не сидить біля матері Марічки. Хто сидить біля Марічиної мами?

Ці задачі дозволяють навчити подумки впорядковувати словесно представлені об'єкти. Крім того в процесі розв'язування таких задач удосконалюється оперативна пам'ять дитини.

1.5. Навчання способу "змістовного співвідношення"

Співвіднести поняття за змістом - означає знайти якісь зв'язки між ними.

Завдання.

У задачі "Проїжджаючи кожного дня одну й ту саму відстань, водій за 5 днів проїхав 1525 км" – не сформульоване запитання. Перед учнями ставиться завдання: *поставити доцільне запитання до задачі і дати на нього відповідь*. Таку форму роботи можна проводити у вигляді гри. Учні попарно обмінюються зошитами, в яких записують придуману задачу без поставленого запитання. Після повернення зошитів власники зошитів придумують запитання до сформульованої задачі і записують його. Опісля в класі варто виділити найцікавішу із складених задач і розв'язати її.

Позитивні результати дають такі вправи, як наприклад **"Чи вірний вислів? Чи правильне означення, твердження?"**. Такі завдання розвивають не тільки увагу та мислення, але вимагають від учнів вміння їх правильно сформулювати, зробивши при цьому якнайменше виправлень. З часом учень переносить отримані вміння, знаходити помилки, на власну діяльність. Це вчить школяра самоконтролю та контролю відповіді свого товариша.